

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ**

**ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

**(ДГТУ)**

**Методические указания для выполнения контрольной работы**

По дисциплине Радиотехнические, радиоэлектронные и электротехнические измерения

(наименование дисциплины)

Направление (специальность) 11.03.02\_Инфокоммуникационные технологии и системы связи

(код, наименование без кавычек)

Кафедра \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ Радиоэлектроника \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

(наименование)

Форма освоения ООП: заочная\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**Тема:** Проверка гипотезы о нормальности закона распределения погрешности измерений

Составитель: Елисеев А.В.

**2025г.**

1 ОБШИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Целью изучения дисциплины является получение знаний в области метрологии, радиоизмерений и технического регулирования применительно к задачам разработки, производства и эксплуатации радиотехнических средств.

Согласно учебному плану, студенты, проходящие подготовку по заочной форме обучения, должны прослушать обзорные лекции, пройти лабораторный практикум и выполнить контрольное задание. Студенты должны защитить выполненное контрольное задание, а по теоретическому курсу сдать итоговый экзамен.

Обзорные лекции, посвященные узловым разделам курса, читаются студентам во время экзаменационной сессии, тогда же студенты сдают предусмотренные зачеты и экзамены. Основным видом работы студента-заочника является самостоятельная работа с литературными источниками.

2 Алгоритм выбора варианта для выполнения контрольной работы

Контрольная работа выполняется по десяти вариантам. Номер варианта соответствует последней цифре номера зачетной книжки. Номер варианта находится в заголовке первого столбца таблицы 3.1.

3 ЗАДАНИЕ ДЛЯ ВЫПОЛНЕНИЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

**Тема:** Проверка гипотезы о нормальности закона распределения погрешности измерений

**Цель:** Исследовать закон распределения погрешности измерений для принятия решения о возможности использования стандартной методики обработки многократных измерений

* 1. **Исходные данные**

Для оценки технического состояния радиоэлектронной системы в процессе её технического обслуживания выполнено 80 измерений диагностического параметра. Результаты измерений приведены в первом столбце таблицы 3.1. В остальных столбцах, согласно вариантам, приведены количества измерений, имеющих одинаковые значения, указанные в первом столбце.

**Таблица 3.1 – Исходные данные**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Измеренное значение  (В) |  |  |  | Варианты задания | | | |  |  | |
| **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** |
| **40,29** | 2 | 2 | 3 | 3 | 2 | 2 | 2 | 3 | 3 | 2 |
| **40,33** | 7 | 7 | 8 | 7 | 7 | 8 | 7 | 7 | 8 | 8 |
| **40,30** | 6 | 6 | 5 | 5 | 6 | 5 | 6 | 5 | 6 | 5 |
| **40,36** | 7 | 7 | 6 | 6 | 7 | 5 | 6 | 7 | 6 | 7 |
| **40,39** | 3 | 3 | 4 | 4 | 3 | 4 | 3 | 3 | 2 | 3 |
| **40,28** | 2 | 3 | 1 | 2 | 2 | 1 | 3 | 2 | 2 | 1 |
| **40,31** | 5 | 5 | 6 | 6 | 5 | 6 | 7 | 5 | 5 | 6 |
| **40,26** | 1 | 2 | 1 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 |
| **40,37** | 6 | 6 | 5 | 6 | 6 | 5 | 5 | 6 | 5 | 5 |
| **40,41** | 3 | 3 | 2 | 2 | 3 | 2 | 3 | 3 | 2 | 2 |
| **40,42** | 2 | 2 | 1 | 1 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 2 |
| **40,27** | 1 | 2 | 1 | 1 | 2 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 |
| **40,34** | 10 | 10 | 12 | 11 | 10 | 10 | 10 | 12 | 11 | 10 |
| **40,40** | 3 | 3 | 4 | 3 | 2 | 4 | 4 | 3 | 3 | 4 |
| **40,35** | 8 | 8 | 7 | 9 | 8 | 9 | 7 | 7 | 8 | 8 |
| **40,32** | 6 | 6 | 7 | 7 | 7 | 6 | 7 | *7* | 6 | 7 |
| **40,38** | 3 | 3 | 4 | 3 | 3 | 4 | 3 | 3 | 4 | 4 |
| **40,44** | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 |
| **40,43** | 3 | 1 | 2 | 1 | 2 | 3 | 2 | 2 | 3 | 1 |

**3.2 Вопросы, подлежащие разработке**

3.2.1 Исследовать закон распределения погрешности измерений.

3.2.2 Определить интервальную оценку диагностируемого параметра.

**3.3** **К защите представить:**

* пояснительную записку объемом 5–10 страниц.

4 ТРЕБОВАНИЯ ПО ОФОРМЛЕНИЮ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

Общие указания по выполнению и оформлению контрольного задания

1. Контрольная работа выполняется на листах формата А4 с использованием одной стороны листа. Вторая сторона листа оставляется для внеcения исправлений. Все страницы нумеруются.
2. Формулировка задачи и числовые исходные данные должны быть перенесены в отчет. Чертежи и рисунки, еcли они предусмотрены заданием, выполняются карандашом на миллиметровой бумаге с соблюдением правил черчения или с использованием специализированных программ на ЭВМ. Все таблицы, чертежи и рисунки должны быть пронумерованы.
3. При оформлении отчета необходимо коротко указать в каждом пункте цель расчета, привести расчетную формулу, обязательно пояснив условные обозначения. Указать номер источника, из которого взята формула.
4. Во всех расчетах должны применяться только единицы Международной системы СИ в русских обозначениях. Конечный результат следует представить в удобной форме с использованием кратных или дольных единиц.
5. В конце работы необходимо привести список использованных источников с соблюдением правил его оформления, поставить дату и подпись.
6. Во время экзамена необходимо быть готовым дать пояснения по существу решения задач контрольной работы.
7. Пример выполнения и оформления контрольной работы приведен в Приложении А.
8. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ
9. Записать исходные данные согласно индивидуальному варианту в виде таблицы 1

Таблица №1

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер измерения | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |
| Измеренное значение |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| Количество измерений , имеющих значение |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

*(в таблице для примера приведены данные для варианта №1)*

***Представить данные измерений в виде вариационного ряда (расположить по возрастанию).***

2. Разделить весь диапазон измерений на  интервалов (разрядов). Количество интервалов определяется по формуле Старджесса , где  -- количество измерений.

Ширина интервала определяется по формуле .

Границы интервалов  определяются по правилу:  при этом полагается, что .

Данные заносятся в таблицу №2.

Таблица №2

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер разряда | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Разряды |  |  |  |  |  |
| Границы разряда |  |  |  |  |  |

1. Определить количество измерений , попадающих в каждый интервал (разряд), и частоты попаданий по формуле . Данные занести в таблицу №3.

Таблица №3

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер разряда | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Разряды |  |  |  |  |  |
| Число  попаданий в -й разряд | 3 |  |  |  |  |
| Частоты попаданий |  |  |  |  |  |

**Примечание:** если число попаданий в какой-либо разряд меньше 5, то такой разряд объединяется с соседним разрядом.

1. Определить среднее арифметическое значение и среднеквадратическое отклонение.

Среднее арифметическое значение

,

где  - середина --го интервала.

Среднеквадратическое отклонение

.

1. Построить гистограмму плотностей частоты. Для этого предварительно необходимо построить таблицу плотностей частоты (таблица №4) , где  -- длина  интервала (разряда).

Таблица №4

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер разряда | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Разряды |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
| Частоты попаданий |  |  |  |  |  |
| Плотность частоты |  |  |  |  |  |

Откладывая по оси абсцисс разряды и строя на каждом разряде как на основании прямоугольник площади , имеющий, соответственно, высоту , получаем гистограмму – статистический аналог кривой распределения. Затем аппроксимируем гистограмму плавной кривой, проходящей через центры верхних сторон прямоугольников.

1. Определить теоретическую вероятность попадания результата измерения в каждый интервал (разряд)

,

где  - функция Лапласа («интеграл вероятностей»), для которой составлены таблицы. Напомним, что функция Лапласа обладает следующими свойствами:



Результаты представить в таблице №5.

Таблица №5

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер разряда | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |

1. Определить меру расхождения теоретической вероятности и статистической частоты

.

1. По таблице [1]  распределения по заданному уровню значимости  и числу степеней свободы  (для нормального закона распределения полагаем  - число независимых условий, которым должны удовлетворять статистические вероятности) определить критическое значение .
2. Сделать выводы. Если , то считается, что гипотетическая функция не согласуется с опытными данными и гипотезу о нормальности закона распределения следует опровергнуть. Если , то считается, что гипотетическая функция согласуется с опытными данными и гипотезу о нормальности закона распределения следует принять.
3. Определить доверительный интервал  для оценки математического ожидания

, где .

**Список использованных источников**

1. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория вероятностей и её инженерные приложения. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат.лит. – 1988. –480с.

**ПРИЛОЖЕНИЕ А**

Пример выполнения и оформления контрольной работы

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**

**«ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧНСКИИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

**(ДГТУ)**

#### **факультет «Транспорт, сервис и эксплуатация»**

#### Заочная форма обучения

|  |  |
| --- | --- |
| Студент И.А. Иванов |  |
| Группа СЗР21 | Шифр 160459 |
|  | (номер зачетной книжки) |

**Контрольная работа**

по дисциплине

**«Радиотехнические, радиоэлектронные и электротехнические измерения»**

**Тема:** Проверка гипотезы о нормальности закона распределения погрешности измерений

Ростов-на-Дону

2022

1 ЗАДАНИЕ ДЛЯ ВЫПОЛНЕНИЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

**Тема:** Проверка гипотезы о нормальности закона распределения погрешности измерений

**Цель:** Исследовать закон распределения погрешности измерений для принятия решения о возможности использования стандартной методики обработки многократных измерений

* 1. **Исходные данные**

Для оценки технического состояния радиоэлектронной системы в процессе её технического обслуживания выполнено 80 измерений диагностического параметра. Результаты измерений приведены в первом столбце таблицы 3.1. В остальных столбцах, согласно вариантам, приведены количества измерений, имеющих одинаковые значения, указанные в первом столбце.

**Таблица 3.1 – Исходные данные**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Измеренное значение  (В) |  |  |  | Варианты задания | | | |  |  | |
| **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** |
| **40,29** | 2 | 2 | 3 | 3 | 2 | 2 | 2 | 3 | 3 | 2 |
| **40,33** | 7 | 7 | 8 | 7 | 7 | 8 | 7 | 7 | 8 | 8 |
| **40,30** | 6 | 6 | 5 | 5 | 6 | 5 | 6 | 5 | 6 | 5 |
| **40,36** | 7 | 7 | 6 | 6 | 7 | 5 | 6 | 7 | 6 | 7 |
| **40,39** | 3 | 3 | 4 | 4 | 3 | 4 | 3 | 3 | 2 | 3 |
| **40,28** | 2 | 3 | 1 | 2 | 2 | 1 | 3 | 2 | 2 | 1 |
| **40,31** | 5 | 5 | 6 | 6 | 5 | 6 | 7 | 5 | 5 | 6 |
| **40,26** | 1 | 2 | 1 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 |
| **40,37** | 6 | 6 | 5 | 6 | 6 | 5 | 5 | 6 | 5 | 5 |
| **40,41** | 3 | 3 | 2 | 2 | 3 | 2 | 3 | 3 | 2 | 2 |
| **40,42** | 2 | 2 | 1 | 1 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 2 |
| **40,27** | 1 | 2 | 1 | 1 | 2 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 |
| **40,34** | 10 | 10 | 12 | 11 | 10 | 10 | 10 | 12 | 11 | 10 |
| **40,40** | 3 | 3 | 4 | 3 | 2 | 4 | 4 | 3 | 3 | 4 |
| **40,35** | 8 | 8 | 7 | 9 | 8 | 9 | 7 | 7 | 8 | 8 |
| **40,32** | 6 | 6 | 7 | 7 | 7 | 6 | 7 | *7* | 6 | 7 |
| **40,38** | 3 | 3 | 4 | 3 | 3 | 4 | 3 | 3 | 4 | 4 |
| **40,44** | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 |
| **40,43** | 3 | 1 | 2 | 1 | 2 | 3 | 2 | 2 | 3 | 1 |

**3.2 Вопросы, подлежащие разработке**

3.2.1 Исследовать закон распределения погрешности измерений.

3.2.2 Определить интервальную оценку диагностируемого параметра.

**3.3** **К защите представить:**

* пояснительную записку объемом 5–10 страниц.

ВЫПОЛНЕНИЕ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

1. Запишем исходные данные согласно индивидуальному варианту в виде таблицы:

Таблица №1

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| ***Номер измерения*** | ***Измеренное значение*** | ***Количество измерений , имеющих значение*** |
| 1 | 40,29 | 3 |
| 2 | 40,33 | 7 |
| 3 | 40,30 | 5 |
| 4 | 40,36 | 7 |
| 5 | 40,39 | 3 |
| 6 | 40,28 | 2 |
| 7 | 40,31 | 5 |
| 8 | 40,26 | 1 |
| 9 | 40,37 | 6 |
| 10 | 40,41 | 3 |
| 11 | 40,42 | 1 |
| 12 | 40,27 | 1 |
| 13 | 40,34 | 12 |
| 14 | 40,40 | 3 |
| 15 | 40,35 | 7 |
| 16 | 40,32 | 7 |
| 17 | 40,38 | 3 |
| 18 | 40,44 | 2 |
| 19 | 40,43 | 2 |

Представим данные измерений в виде вариационного ряда (расположим по возрастанию):

Таблица №1а

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| ***Номер измерения*** | ***Измеренное значение*** | ***Количество измерений , имеющих значение*** |
| 1 | 40,26 | 1 |
| 2 | 40,27 | 1 |
| 3 | 40,28 | 2 |
| 4 | 40,29 | 3 |
| 5 | 40,3 | 5 |
| 6 | 40,31 | 5 |
| 7 | 40,32 | 7 |
| 8 | 40,33 | 7 |
| 9 | 40,34 | 12 |
| 10 | 40,35 | 7 |
| 11 | 40,36 | 7 |
| 12 | 40,37 | 6 |
| 13 | 40,38 | 3 |
| 14 | 40,39 | 3 |
| 15 | 40,4 | 3 |
| 16 | 40,41 | 3 |
| 17 | 40,42 | 1 |
| 18 | 40,43 | 2 |
| 19 | 40,44 | 2 |

1. Разделим весь диапазон измерений на  интервалов (разрядов). Количество интервалов определяется по формуле Стерджесса , где - количество измерений.



=80,



Ширина интервала определяется по формуле .



Границы интервалов  определяем по правилу:  при этом полагается, что .

Данные занесем в таблицу №2.

Таблица №2

|  |  |
| --- | --- |
| ***Номер разряда*** | ***Границы разряда*** |
| 1 |  |
| 2 |  |
| 3 |  |
| 4 |  |
| 5 |  |
| 6 |  |
| 7 |  |

1. Определим количество измерений , попадающих в каждый интервал (разряд), и частоты попаданий по формуле . Данные занесем в таблицу №3.

Таблица №3

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| ***Номер разряда*** | ***Границы разряда*** |  | ***Частота*** |
| 1 |  | 17 | 0,2125 |
| 2 |  | 14 | 0,175 |
| 3 |  | 26 | 0,325 |
| 4 |  | 9 | 0,1125 |
| 5 |  | 9 | 0,1125 |
| 6 |  | 5 | 0,0625 |

**Примечание:** если число попаданий в какой-либо разряд меньше 5, то такой разряд объединяется с соседним разрядом.

1. Определим среднее арифметическое значение и среднеквадратическое отклонение.

Таблица №4

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ***Номер разряда*** | ***Границы разряда*** |  | ***Частота*** | ***Середина интервала*** |  |  |
| 1 |  | 17 | 0,2125 | 40,284 | -0,060 | 0,00363 |
| 2 |  | 14 | 0,175 | 40,323 | -0,02129 | 0,00045 |
| 3 |  | 26 | 0,325 | 40,349 | 0,004713 | 0,00002 |
| 4 |  | 9 | 0,1125 | 40,375 | 0,030712 | 0,00094 |
| 5 |  | 9 | 0,1125 | 40,401 | 0,056712 | 0,00322 |
| 6 |  | 5 | 0,0625 | 40,427 | 0,082712 | 0,00684 |

Среднее арифметическое значение

,

где  - середина --го интервала.



Среднеквадратическое отклонение

.



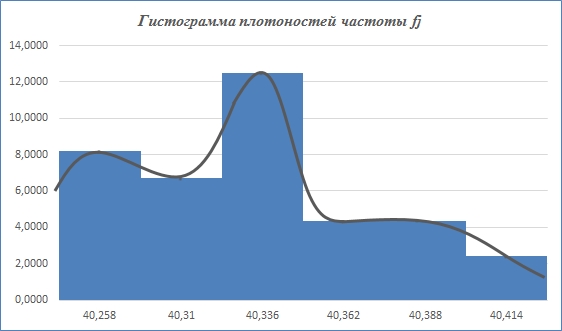
1. Построим гистограмму плотностей частоты. Для этого предварительно построим таблицу плотностей частоты (таблица №5) , где  -- длина  интервала (разряда).

Таблица №5

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| ***Номер разряда*** | ***Границы разряда*** |  | ***Частота*** | ***Плотность частоты*** |
| 1 |  | 17 | 0,2125 | 8,1731 |
| 2 |  | 14 | 0,175 | 6,7308 |
| 3 |  | 26 | 0,325 | 12,5000 |
| 4 |  | 9 | 0,1125 | 4,3269 |
| 5 |  | 9 | 0,1125 | 4,3269 |
| 6 |  | 5 | 0,0625 | 2,4038 |

Откладывая по оси абсцисс разряды и строя на каждом разряде как на основании прямоугольник площади , имеющий, соответственно, высоту , получаем гистограмму – статистический аналог кривой распределения. Затем аппроксимируем гистограмму плавной кривой, проходящей через центры верхних сторон прямоугольников.

40,258 40,284 40,31 40,336 40,362 40,388 40,44



1. Определим теоретическую вероятность попадания результата измерения в каждый интервал (разряд)

,

где  - функция Лапласа («интеграл вероятностей»), для которой составлены таблицы. Функция Лапласа обладает следующими свойствами:



Результаты представим в таблице №6.

Таблица №6

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ***Номер разряда*** |  |  |  |  |  |
| 1 | -2,06 | -0,82 | -0,4821 | -0,2939 | 0,1882 |
| 2 | -0,82 | -0,20 | -0,2939 | -0,0793 | 0,2146 |
| 3 | -0,20 | 0,42 | -0,0793 | 0,1628 | 0,2421 |
| 4 | 0,42 | 1,04 | 0,1628 | 0,3508 | 0,188 |
| 5 | 1,04 | 1,66 | 0,3508 | 0,4515 | 0,1007 |
| 6 | 1,66 | 2,29 | 0,4515 | 0,4893 | 0,0378 |

1. Определим меру расхождения теоретической вероятности и статистической частоты; по таблице распределения по заданному уровню значимости  и числу степеней свободы  (для нормального закона распределения полагаем  - число независимых условий, которым должны удовлетворять статистические вероятности) определим критическое значение .

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| ***Номер разряда*** |  |  |  |
| 1 | 0,2125 | 0,1882 | 0,003 |
| 2 | 0,175 | 0,2146 | 0,007 |
| 3 | 0,325 | 0,2421 | 0,028 |
| 4 | 0,1125 | 0,188 | 0,030 |
| 5 | 0,1125 | 0,1007 | 0,001 |
| 6 | 0,0625 | 0,0378 | 0,016 |

,



1. Поскольку , то гипотетическая функция согласуется с опытными

данными и гипотезу о нормальности закона распределения следует принять.

1. Определим доверительный интервал для оценки математического ожидания при известной дисперсии:

, где .



Доверительный интервал для оценки математического ожидания имеет вид



**Выводы:**

1. Погрешность измерений диагностического параметра может быть описана нормальным законом распределения.
2. Для обработки многократных измерений можно использовать методику, изложенную в ГОСТ Р 8.736-2011 «ГСИ. Измерения прямые многократные. Методы обработки результатов измерений».

**Список использованных источников**

1. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория вероятностей и её инженерные приложения. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат.лит. – 1988. –480с.